**ФУНКЦІЇ ВІД ВИПАДКОВИХ ВЕЛИЧИН (закінчення)**

**Приклад 4.** Знайти закон розподілу суми двох незалежних в.в., розподілених рівномірно на відрізку .

**Розв’язання.** Нехай, де  при  і  при .

За формулою (\*\*\*) щільність розподілу ймовірностей 

.

Якщо

, то для 

якщо

, то для ,

а, отже, в цих випадках 

Нехай . Підінтегральна функція  буде відмінна від нуля тільки для значень , при яких або , що те ж саме, при 

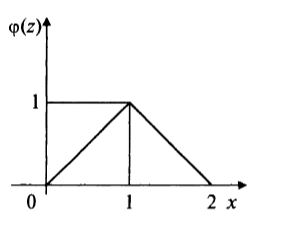
Якщо , то .

Якщо , то .

Об’єднуючи всі випадки , отримаємо

 (\*\*\*\*)

Закон розподілу (\*\*\*\*) називається законом розподілу Сімпсона або законом рівнобедреного трикутника (див. мал.).



**ЧИСЛОВІ ХАРАКТЕРИСТИКИ В.В.**

Найбільш повна характеристика в.в. дається її функцією розподілу. Вона вказує на те, які значення може приймати в.в. і з якими ймовірностями.

Однак в ряді випадків про в.в. потрібно знати значно менше, потрібно отримати про неї лише деяке сумарне уявлення. Для теорії ймовірностей і її застосувань велику роль відіграють деякі постійні числа, які отримують за певними правилами із ф. р. випадкових величин.

**МАТЕМАТИЧНЕ СПОДІВАННЯ**

**( середнє значення, сподіване значення)**

**Приклад 1.** Нехай в.в.  набуває значень  з ймовірностями .

Нехай в досліді спостерігали  разів значення в.в. :

 .

Позначимо через

 - число таких  , які співпадають з  ,

 - число таких  , які співпадають з  ,

…………………………………………………

 - число таких  , які співпадають з  .

Яке середнє значення прийняла в.в. ?

(наприклад, ми кидали гральний кубик).

Середнє значення дорівнює



оскільки  близьке до .

**Приклад 2.** Припустимо, що при стрільбі з деякої гармати для знищення цілі один снаряд знадобиться з ймовірністю  , два снаряди - з ймовірністю  і т. д. Крім того, заздалегідь відомо, що  снарядів достатньо для знищення цілі.

Таким чином, відомо, що

 .

Питається, скільки в середньому потрібно буде снарядів для знищення цієї цілі?

В «середньому» на знищення однієї цілі буде потрібно



снарядів.

**Означення.** Нехай  - дискретна в.в. з розподілом

|  |  |
| --- | --- |
|  | …  … |
|  | …  … |

Якщо ряд  збігається абсолютно  , то його сума називається математичним сподіванням в.в. **** і позначається  , тобто

 .

**Означення.** Нехай  - неперервна в.в. (з абсолютно неперервним розподілом) зі щільністю  . Математичним сподіванням  називають значення інтегралу  у разі, коли цей інтеграл є абсолютно збіжним , тобто

 .

**Зауваження.** Для довільної в.в. математичне сподівання виражається через інтеграл Лебега-Стілтьєса, абстрактний інтеграл Лебега.

**Приклад 3.** Надаючи банківський кредит комерційній фірмі, здійснюють прогноз можливих значень збитків та відповідних значень ймовірності:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Оцінка можливого  результату | Прогнозовані збитки  тис. грош. од. | Значення  ймовірності |
| Песимістична | 30 | 0.2 |
| Стримана | 6 | 0.5 |
| Оптимістична | -40 | 0.3 |

Знайти середнє значення можливих збитків (в.в.  ).

**Розв.** Закон розподілу  має вигляд:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Маємо

 .

Збитки зі знаком « - », це прибутки. Тобто комерційній фірмі можна надавати кредит.

**Властивості математичного сподівання**

1. 

2. 

3. 

(якщо  існують, );

4. Нехай дійсна функція  визначена на всій осі і є борелівською, тоді



5. Якщо  та  незалежні в.в., то

 .

Розглянемо деякі приклади.

**Приклад 4.**  має розподіл Пуассона з параметром  . Знайти  .

**Розв.** Оскільки  набуває значень 0, 1, 2, … з ймовірностями 

 ,

то

,

маємо  .

**Приклад 5.**  має нормальний розподіл  :



Знайти  .

**Розв.**



.

**Приклад 6.**  розподілена за показниковим законом з параметром . Знайти .

**Розв.**



.

**Приклад 7.**  розподілена за рівномірним законом на відрізку . Знайти  .

**Розв.**



.

**Приклад 8.**  розподілена за рівномірним законом Коші

.

Знайти  .

**Розв.** , розглянемо збіжність інтеграла 

